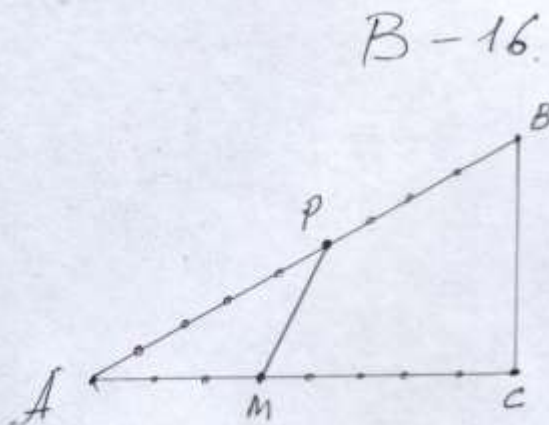


26

Прямая пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках P и M соответственно. Найдите отношение площади треугольника APM к площади четырёхугольника $MCBP$, если $AP : PB = 5 : 4$, $AM : MC = 3 : 5$.



Решение.

$$S_{\triangle APM} = \frac{1}{2} AM \cdot AP \cdot \sin A.$$

$AB = 9x$, AB — 9 частей, AP — 5 частей
пусть x — одна часть.

$$AB = 9x, \quad AP = 5x$$

AC — 8 частей; пусть y — длина одной части.

$$AC = 8y, \quad AM = 3y.$$

$$S_{\triangle APM} = \frac{1}{2} \cdot 3y \cdot 5x \cdot \sin A$$

$$S_{\text{пвсм}} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle APM} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A - \frac{1}{2} AP \cdot AM \cdot \sin A$$

$$= \frac{1}{2} 9x \cdot 8y \cdot \sin A - \frac{1}{2} 3y \cdot 5x \cdot \sin A = \frac{1}{2} xy \sin A (72 - 15) = 8 \frac{1}{2} xy \sin A \cdot 57$$

$$\frac{S_{\triangle APM}}{S_{\text{пвсм}}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 15xy \cdot \sin A}{\frac{1}{2} \cdot 57xy \cdot \sin A} = \frac{15}{57} = \frac{5}{19}.$$

Ответ: $\frac{5}{19}$.